

林文偉教授 / 應用數學系

數值分析、矩陣理論及計算、最優化控制、計算共形幾何

本實驗室為計算共形幾何與數值計算研究室隸屬於交大應數系丘成桐中心，
本實驗室研究主要包含以下兩部分：

(a) **三維馬克斯威爾方程的特徵分解和快速特徵值演算法**：根據不同的材料週期性如簡單立方與面心立方結構，我們皆能透過Yee形式來離散馬克斯威爾方程，進而得到廣義特徵值問題或是有理特徵值問題。我們在這些問題的主要理論成果為推導出雙旋度算子的特徵分解以及單旋度算子的奇異值分解且提出了無零空間法(逆投影Lanczos方法)，除此之外還運用了牛頓型態以及非等價移除技巧來求解馬克斯威爾方程。數值成果方面，我們計算出以下材料的能隙結構 (一)：介電材料，此類材料的參數設定為：介電係數及磁導率皆大於零，磁電耦合係數等於零 $\epsilon > 0, \mu > 0, \xi = \zeta = 0$ ；(二) 色散金屬材料，此類材料的介電函數 $\epsilon = \epsilon(\omega)$ 跟電磁波頻率有關且可透過Drude模型來描述其相關性，當電磁波頻率較高時，則需使用有兩個奇異點的Drude-Lorentz模型來描述介電函數。(三) 左手性材料或負折射材料(複合材料)，此類材料的參數取值為：介電係數及磁導率皆小於零，磁電耦合係數皆不等於零 $\epsilon < 0, \mu < 0, \xi, \zeta \neq 0$ 當磁電耦合係數皆為純虛數且互相共軛時，這類材料被稱為對掌性材料以及擬對掌性材料。在我們的快速特徵值演算法中，所有包含在特徵值問題中不論是因為問題退化或是算子本身所有的零特徵值皆已被成功地移除。最後我們把所有研究成果統合，在Matlab平台上開發了一套基於快速傅里葉變換的快速特徵值演算軟體，可以在上述的三類材料上，有效率地、可靠地、穩健地計算各式各樣不同的能隙結構。

(b) **三維計算共形幾何以及其應用**：我們發展曲面共形映射的快速算法，如虧格為零的封閉曲面映到球面 S^2 、單一邊界的簡單連通曲面映到單位圓盤 D_1 、虧格為一($g = 1$)的封閉曲面映到 R^2 上的平行四邊形，以及高虧格($g \geq 2$)的封閉曲面映到 H^2 上的多邊形。我們提出求解非線性熱方程的半隱式尤拉法，以及離散Ricci流與虧格 $g \geq 1$ 封閉曲面的circle packing技術來計算曲面的共形映射(Figure 1 及 2)。丘成桐中心的影像實驗室具備一台高解析度的3D動態掃描儀，可供掃描3D的人臉曲面，並透過我們技術來計算圓盤共形映射(Figure 3)。我們積極與產業界合作，並發展3D動畫、數位演員等相關應用(Figure 4 及 5)。此外，我們正著手發展表情分析、人臉辨識、古物保存、工業檢測以及醫學影像之應用。

Figure 1

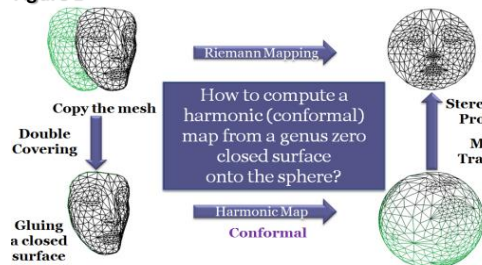


Figure 2

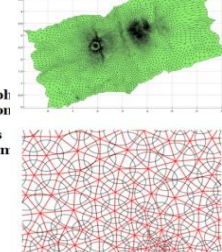


Figure 3

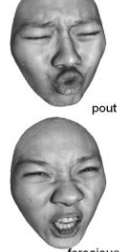


Figure 4

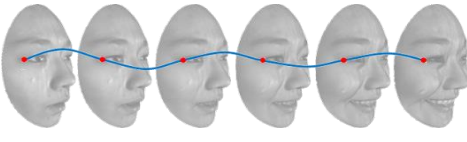
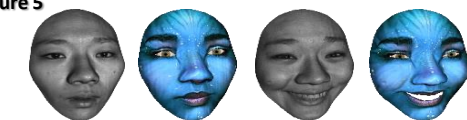


Figure 5



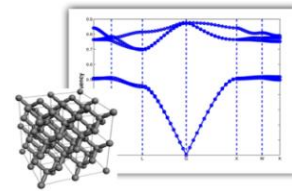
Maxwell's equations Frequency Domain

$$\begin{aligned} \nabla \times E &= i\omega(\mu H + \zeta E), \\ \nabla \times H &= -i\omega(\epsilon E + \xi H), \\ \nabla \cdot (\epsilon E) &= 0, \nabla \cdot (\mu H) = 0. \end{aligned}$$

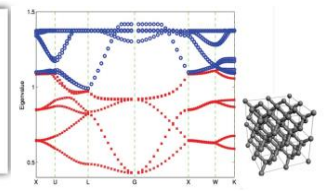
II $\epsilon < 0, \mu > 0$ metals, doped semiconductors	I $\epsilon > 0, \mu > 0$ most dielectric materials
III $\epsilon < 0, \mu < 0$ no natural materials	IV $\epsilon > 0, \mu < 0$ some ferrites

E : electronic filed,
 H : magnetic filed,
 ϵ : permittivity,
 μ : permeability,
 ζ, ξ : magnetoelectric parameters

I. Dielectric materials



II. Dispersive metallic materials



III. Negative index materials

