

司靈得教授 / 應用數學系

調和分析、偏微分方程、變分法、幾何測度論

在眾多數學或科學分支的研究中我們信守一個具一般性的原則：亦即一系統之動態常常依循著使能量減至最小的那個方向而行進。

這就是所謂的「最小作用原則」。此原則假定能定義某一種「能量」之可能性(亦即某種能量泛函(以某一類可能出現的物理情態作為輸入之)，並隨之假定這個在物理上真實出現的型態的輸出或「作用」總偏好能達至局部最小值。由此觀之，變分學乃十分重要，只因它正是研究能量泛函所能達到最值之學。

我們的研究關注於研討使能量最小化的物理情態之正則性，以及其質性特質如何依賴於能量泛函的微分次數。在這裡我們充分利用一個名為「Riesz分數次梯度」的數學對象(此對象之學術研究自學術文獻看來仍是出人意料地少)。

早期關於「Riesz分數次梯度」之研究指明了一點：在那些具有整數可微次數的能量泛函之間甚或有很大的差異，但若自質性特質或正則性之觀點而論，亦可謂無甚差異。

至今為止，我們已對我們所考慮的偏微分方程之解給出無數個存在性以及收斂性的結果，以及我們的研究還帶出一些新的不等式估計。這些新的不等式皆可充作經典結果之補遺。我們的研究展望則會期待將來能得出非線性問題之解之更多正則性的新結果，以及能在某能量泛函的規範的範圍內對物理問題做數學應用。

$$S = \int_{t_0}^{t_1} L(t, \mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)) dt$$

$$\frac{\partial L(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})}{\partial v_i} = m v_i = p_i$$

$$\frac{\partial L(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})}{\partial x_i} = -\frac{\partial U(\mathbf{x})}{\partial x_i} = F_i(\mathbf{x})$$

$$L(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) = \frac{1}{2} m \sum_{i=1}^3 v_i^2 - U(\mathbf{x})$$